

Subject:

Year: Month: Day: ()

یادآوری 8

2: اتحاد مربع $\Rightarrow (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

4: اتحاد فرج $\Rightarrow (a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

6: اتحاد جمله وسطی $\Rightarrow (a+b)(a+b) = a^2 + (a+b)2(a.b)$

مثال 8

حاصل اتحادهای زیر را بدست آورید.

12: $(a+4)^2 = a^2 + 8a + 16$

14: $(3a-1)^2 = 9a^2 - 6a + 1$

16: $(\sqrt{2} + \frac{1}{\sqrt{2}}b)^2 = (\sqrt{2})^2 + 2(\sqrt{2})(\frac{1}{\sqrt{2}}b) + (\frac{1}{\sqrt{2}}b)^2 = 2 + 2b + \frac{b^2}{2}$

18: $(\sqrt{2} + \sqrt{2})(\sqrt{2} - \sqrt{2}) = 2 - 2$

20: $(x+7)(x+3) = x^2 + 7(x) + 12 = x^2 + 7x + 12$

22: $(3x+2)(3x+5) = 9x^2 + 7(3x) + 10 = 9x^2 + 21x + 10$

24: $(x+2)(x-3) = x^2 - 1(x) - 6 = x^2 - x - 6$

Subject:

Year:

Month:

Day:

()

$$(x-4)(x-2) = x^2 - 9(x) + 20 = x^2 - 9x + 20$$

$$(2x-3)(2x+1) = 4x^2 - 4x - 3$$

$$(x^2+5)(x^2+2) = x^4 + 11x^2 + 10$$

عبارت های جبری زیر را تجزیه کنید

$$9x^2 - 14 = (3x-4)(3x+4)$$

$$x^2 + \frac{1}{4}x + \frac{1}{16} = \left(x + \frac{1}{4}\right)^2$$

$$4x^2 - 4x + 1 = (2x-1)^2$$

$$y^2 + 2y - 10 = (y+2)(y-2)$$

$$9x^2 + 11x + 1 = (3x+4)(3x+1)$$

Subject: _____

Year: _____ Month: _____ Day: _____ ()

نکات طلایی برای مسائل تجزیه

۱- اگر عبارت دارای دو جمله باشد یعنی مزدوج است.

۲- اگر عبارت دارای سه جمله باشد یا مربع است یا مستطین.

۳- هر دو جمله دارای توان نباشد اتحاد مربع است و اگر یک جمله دارای توان نباشد ملوکم اتحاد مستطین است.

(جهت تشخیص اعداد غیر مستطین در اتحاد مستطین می توانیم مثلا اولی و عدد حاصله در هر دو طرف را در یکدیگر ضرب کنیم)

۳ می شود

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \Rightarrow \text{اتحاد مربع}$$

$$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b) \Rightarrow \text{اتحاد تفاضل مربعات}$$

یادآوری مانتور لبری B

$$x^4 + 4x^3 - 7x^2 + 11x = x(x^3 + 4x^2 - 7x + 11)$$

$$12x^3 - 11x^2 + 34x^2 + 11x = 11x(11x^2 - 2x^2 + 9x + 1)$$

$$4x^2(x+3) + 3(x+3) = x+3(4x^2+3)$$

مثال 8

عبارت های جبری زیر را به صورت ساده ترین حالت تجزیم کنید.

$$x^4 - 4x^2 = x^2(x^2 - 4) = x^2(x-2)(x+2)$$

$$12x^3(x+4)^2 - 11x^2(x+4)^2 = x^2(x+4)^2(12x - 11) = x^2(x+4)^2(12x - 11)$$

$$4x^2(x+4)^2(x-12) = 4x^2(x+4)^2(x-\sqrt{12})(x+\sqrt{12})$$

نکته 8: بعضی از محاسبات عددی را می توان به کمک اتحادها به راحتی انجام داد. بیای در واقع ساده

کردن محاسبات بی از کاربردهای اتحاد می باشد. مثلاً به ساده سازی عبارات زیر وقت نماند.

$$(999)^2 = (1000 - 1)^2 = (1000)^2 - 2(1000)(1) + (1)^2 = 1000000 - 2000 + 1$$

$$99 \times 10^4 = (100 - 1)(100 + 1) = (100)^2 - (1)^2 = 10000 - 1 = 9999$$

$$(101)^2 = (100 + 1)^2 = (100)^2 + 2(100)(1) + (1)^2 = 10000 + 200 + 1 = 10201$$

یادآوری

طلب $\Rightarrow (a+b)^2 = a^2 + 2a(b) + b^2$

تفاضل $\Rightarrow a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$

مثال 8

با استفاده از اتحادها حاصل عبارات زیر را بدست آورید.

$$(2a+1)^2 = (2a)^2 + 2(2a)(1) + (1)^2 = 4a^2 + 4a + 1 = 4a^2 + 4a + 1$$

$$\left(\frac{1}{2}a - 2\right)^2 = \left(\frac{1}{2}a\right)^2 - 2\left(\frac{1}{2}a\right)(2) + (2)^2 = \frac{1}{4}a^2 - 2a + 4$$

$$(3a-2b)^2 = (3a)^2 - 2(3a)(2b) + (2b)^2 = 9a^2 - 12ab + 4b^2$$

$$\left(3a + \frac{1}{2}\right)^2 = (3a)^2 + 2(3a)\left(\frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 9a^2 + 3a + \frac{1}{4}$$

Subject: _____

Year: _____

Month: _____

Day: _____

()

$$xy^r - 1 = (xy - 1)(xy^r + (xy)(1) + (1)^r) = (xy - 1)(xy^r + xy + 1)$$

$$xa^r + 1 = (xa + 1)((1)xa^r + (xa)(1) + (1)^r) = (xa + 1)(xa^r + xa + 1)$$

$$t^r - \frac{1}{k} = (t^r)^k - \left(\frac{1}{k}\right)^k = \left(t^r + \frac{1}{k}\right) \times \left(t^r + (t^r)\left(\frac{1}{k}\right) + \left(\frac{1}{k}\right)^2\right) = \left(t^r - \frac{1}{k}\right) \left(t^r + \frac{1}{k} + \frac{t^r}{k}\right)$$

$$a^r + 1 = a^r - r^r = (a - r)(a^r + r)$$

تاریخ چند جمله ای 8

$$x^2 + 11x - x^4, 2x, 12$$

در برای رادیکال نباشد.

عبارت های لویانه

لوسر های صورت و مخرج آن ها چند جمله ای باشند عبارت های لویانه هستند. (در صورت مخرج لوسری)

پس از ساده شدن چند جمله ای نباشد یعنی در برای رادیکال باشد در این صورت آن عبارت لویانه است

$$\frac{x^2 - 11x + \sqrt{4}}{2x - 1} \checkmark$$

$$\frac{2\sqrt{x} - 12}{x + 4x^2} \times$$

نکته

در تمامی عبارت های لویانه مخرج نباید صفر شود یعنی ریسیم مخرج نمی تواند جواب ما باشد **مثلا**

$$\frac{x^2 + 4x - 12}{x - 2} = x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2$$

یعنی ما مجاز نیستیم به x عدد چهار بدسیم زیرا در این صورت مخرج لوسر صفری شود در صورتی که مخرج

باید صفر نرود

Subject:

Year:

Month:

Day:

()

$$\frac{dx}{dx} = \frac{dx}{dx} \text{ و } \frac{4x^2}{dx} = \frac{4x^2}{dx} \text{ و } \frac{4x^2}{dx} = \frac{4}{dx}$$

ساده کردن عبارات توابع

برای این که بتوانیم عبارات توابع را ساده کنیم باید صورت و مخرج را به ساده ترین حالت ممکن نوشتیم

و سپس عبارات های مشترک را حذف کنیم

مثال

عبارت های زیر را ساده کنید

$$\frac{x^2 + 4x + 4}{x^2 - 4} = \frac{(x+2)^2}{(x-2)(x+2)} = \frac{x+2}{x-2}$$

$$\frac{x^2 - 1}{x^2 - 1} = \frac{(x-1)(x+1)}{(x-1)(x+1)} = \frac{x+1}{x+1}$$

$$\frac{4x^2 - 4}{4x^2 + 12x + 4} = \frac{(2x-2)(2x+2)}{(2x+2)(2x+2)} = \frac{2x-2}{2x+2}$$

$$\frac{x^2 - 12x + 1}{2x^2 - 12x + 1} = \frac{x(x-1)(x+1)}{2(x-2)^2} = \frac{x(x+1)}{2(x-2)}$$

$$\frac{4x^2(x+2) - 4x^2(x+2)}{x^2 - 14x^2} = \frac{4x^2(x+2)(3x^2 - 2(x+2)^2)}{x^2(x^2 - 14)} \Rightarrow \frac{4x^2(x+2)(3x^2 - 2(x^2 + 4x + 4))}{x^2(x^2 - 14)} = \frac{4x^2(x+2)(x^2 - 4x - 4)}{x^2(x^2 - 14)}$$

$$\frac{-2x^2 - 12x^2 - 4x^2 + 4x^2(x+2)(x^2 - 14)}{x^2(x-2)(x+2)(x+2)}$$

لا تفرین کتاب صفحہ

1- با استفادہ از اتحادها حاصل عبارت های زیر را بسازید.

$$(x-1)^r = x^r - rx^{r-1}$$

$$\left(y + \frac{1}{x}\right)^r = y^r + \frac{r}{x}y^{r-1} + \frac{1}{x^2}$$

$$\left(x - \frac{a}{x}\right)^r = x^r - \frac{ra}{x} + \frac{a^2 r}{x^2}$$

$$\left(x^2 - \frac{1}{x}\right)^r = 1x^{2r} - rx^{2r-1} + \frac{1}{x}x^{2r-2} - \frac{1}{x^2}$$

$$\left(\frac{1}{x} + \frac{b}{x}\right)^r = \frac{1}{x^r} + \frac{r}{x^{r-1}} + \frac{r}{x^{r-2}} + \frac{b^2}{x^r}$$

2- با استفادہ از اتحادها در سمت های مختلف چین عبارت مناسب بسازید.

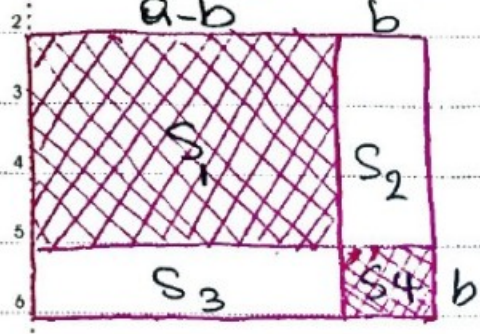
$$(a + \sqrt{x})^r = a^r + ra\sqrt{x}^{r-1}$$

$$(1 - rx)^r = 1 - rx + \frac{r}{2}r^2x^2$$

$$(\sqrt{x} + x)^r = r\sqrt{x}^{r-1} + \frac{r}{2}r^2x + r\sqrt{x}^{r-2}x^2 + \frac{r}{2}r^2x^2$$

3- به کمک اتحادها عبارت های زیر را تجزیه کنید.

6. مربع وجودی را به اندازه ضلع a امتداد بدهیم هر دو فرم (مساحت) لایه مساحت آنی برابر است. این را به دو پاره خط $a-b$ و b تقسیم کنیم و طول لایه را a در نظر بگیریم.



مساحت لایه و طول لایه را a در نظر بگیریم.

الف) مساحت های S_1 ، S_2 ، S_3 و S_4 را بدست آوریم.

7. $S_1 =$

9. $S_2 =$

11. $S_3 =$

12. $S_4 =$

ب) مساحت S را بر حسب مساحت های S_1 ، S_2 ، S_3 و S_4 بدست آوریم.

پ) اتحاد مربع توجه ای را از سمت «ب» نتیجه بگیریم.

Subject: _____
Year: _____ Month: _____ Day: _____ ()

7. با استفاده از اتحادهای نامعین عبارت های عددی زیر را بسازید و بپسندید.

$$(1000)^3 = (1000+1)^3 = 1000000000 + 3000000 + 3000 + 1 = 1003003001$$

$$(999)^3 = (1000-1)^3 = 1000000 - 3(1000)(1) + 3(1000)^2 - 1 = 997002999$$

یادآوری اتحادها

3 $\Rightarrow (a+b)^2 \Rightarrow a^2 + 2(a)(b) + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$

5 $\Rightarrow (a+b)(a+b) = a^2 + 2ab + b^2$ یا $(a+b)(a+b) = a^2 + (1+1)ab + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$

7 $(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$

9 $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3a^2b + b^3 = a^3 + 6a^2b + 3ab^2 + b^3$

11 $(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 = (a-b)(a^2 + 2ab + b^2)$

یادآوری تلیب های تجزیه نردن (سهاد نردن)

1. فاکتورگیری \leftarrow اگر یک عبارت در تمامی جمله ها وجود داشته باشد می توان از آن عبارتی فاکتور گرفت.

2. اگر عبارت فقط دو جمله داشته باشد \leftarrow اتحاد مزدوج می باشد. اگر بتوان سه باشد \leftarrow اتحاد تلیب می باشد.

3. اگر عبارت سه جمله داشته باشد \leftarrow انقب \leftarrow دو جمله به صورت توان دو باشد \leftarrow اتحاد مربع است.

ب) اگر فقط یک توان دو وجود داشته باشد \leftarrow اتحاد جمله مشترک است.

4. اگر عبارت دارای چهار جمله باشد دو عدد دارای توان سه باشد \leftarrow اتحاد تلیب می باشد.

نوع 8

در عبارات های لویا به ازای ریشه های مخرج آن عبارت لویا تعریف شده می باشد (زیرا مخرج عبارت برابر مخرجی می شود)

مثال ← به ازای $x=2$ عبارت فوق تعریف شده است. $x-2=0 \Rightarrow x=2$

$$\frac{2x^2 + 19x - 12}{x-2}$$

نوع خنثی اینتره

* اگر تعریف عبارت کسر صورت و مخرج در مخرج وجود داشته باشد یا هم به ازای ریشه مخرج عبارت لویا تعریف شده می باشد

مثال ← به ازای $x=2$ عبارت فوق تعریف شده است

$$\frac{x^2 - 5x + 4}{x-2} = \frac{(x-2)(x+4)}{x-2}$$

عبارات های لویای زیر با ازای چه مقادیری از مقیرها تعریف شده می باشد

$$\frac{x^2 + 1}{x^2 - 1} \Rightarrow x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x = \pm 1$$

$$\frac{5}{x^2 + x} \Rightarrow x^2 + x = 0 \Rightarrow x(x+1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1 \end{cases}$$

$$x - 2 \Rightarrow x = 2$$

رسانی جذری لویا به رجم علامت مثبت و علامت منفی را قرار دهیم مثلاً

$$\frac{2x^2 + 4x + 2}{x^2} = x^2 = 0 \Rightarrow x = 0$$

$$\frac{x^4 - a^4}{a^4 x^2 - a^2 x} = 0$$

$$\begin{cases} ax(x^2 - a^2) = 0 \\ ax = 0 \\ x^2 - a^2 = 0 \Rightarrow x = \pm a \end{cases}$$

$$\frac{x^2 + 2x^2 + 2x}{x(x+1)(x^2+4)} = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1 \\ x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x = \pm 2 \end{cases}$$

جمع و تفریق عبارات کسری و توانا. برای جمع و تفریق کردن کسرها باید مخرج مشترک بگیریم برای این کار

هر مخرج را به ساده ترین صورت نوشتن و سپس هر جمله آن جمله ای که توان بزرگتری دارد را برمی آوریم.

مثال ←

حاصل عبارت حل زیر را بدست آورید.

$$\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x-1} = \frac{(x-1) + (x+1)}{(x+1)(x-1)} = \frac{2x}{(x+1)(x-1)}$$

$$\frac{x}{x^2+x} + \frac{x}{x^2-1} = \frac{x(x+1) + x(x)}{x(x+1)(x-1)} \Rightarrow x^2 + x = x(x+1) \text{ , } x^2 - 1 = (x+1)(x-1)$$

$$\frac{x-2}{x-2} - \frac{x+1}{x+2} = \frac{(x-2)(x+2) - (x+1)(x-2)}{(x-2)(x+2)} = \frac{x^2 - 4 - x^2 + 2x + 2x - 2}{(x-2)(x+2)} = \frac{2x-2}{(x-2)(x+2)}$$

$$\frac{1}{x^2-8x} - \frac{1+x}{x^2} + \frac{x+7}{x-2} = \frac{x^2 - 8x - (1+x)(x-2) + (x+7)x^2}{x^2(x-2)(x^2+2x+4)} \Rightarrow$$

$$\frac{y+1}{y^2+y-1} + \frac{y-2}{y^2+y} = \frac{y(y+1) + (y-2)(y-1)}{y(y+2)(y-1)} = \frac{y^2 + 2y + y - 2 - y^2 + y + 2}{y(y+2)(y-1)} \Rightarrow y^2 + y - 2 = (y+2)(y-1)$$

$$y^2 + 2y = y(y+2)$$

$$\frac{F + x^r - 2x}{r+x} - \frac{x-2}{r} = \frac{F + x^r - 2x - 2x(r+x) - r(r+x)}{r+x} = \frac{F + x^r - 2rx - 2x^2 - r^2 - rx}{r+x} = \frac{-4rx}{r+x}$$

Subject: _____
Year: _____ Month: _____ Day: _____ ()

$$\frac{rx+r}{rx-r} - \frac{d}{x^2-1} = \frac{rx-r}{rx+r} \Rightarrow \frac{(rx+r)(x+1)-1-(rx-r)(x+1)}{(x-1)(x+1)} = \frac{\cancel{rx} + rx + rx + r - 1 - \cancel{rx} - rx - rx - r}{(x-1)(x+1)}$$

$$= \frac{1 \cdot x - 1}{(x-1)(x+1)} = \frac{d}{(x-1)(x+1)} = \frac{d}{x+1}$$

$$\frac{x+1}{x-1} - 1 = \frac{x+1-(x-1)}{x-1} = \frac{\cancel{x} + 1 - \cancel{x} + 1}{x-1} = \frac{2}{x-1}$$

$$\frac{1}{m} + 1 = \frac{1+m}{m} = \frac{1}{m}$$

Subject:

Year: Month: Day: ()

یاد داری اتحادها؟

$$(a+b)^r = a^r + r a^{r-1} b + b^r$$

$$(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$$

$$(x+a)(x+b) = x^2 + \dots \therefore (a+b)(x) + ab$$

$$(a+b)^r = a^r + r(a^{r-1}(b) + r(a^{r-2}(b^2) + b^r$$

$$a^r - b^r = (a-b)(a^{r-1} + ab^{r-2} + b^{r-1})$$

$$a^r + b^r = (a+b)(a^{r-1} - ab^{r-2} + b^{r-1})$$

معادله و مسائل توصیفی

معادله درجه اول \Leftarrow هر معادله به صورت $(ax + b = 0)$ را معادله ی درجه اول گویند.

زیر آن a یک می باشد (بر آن a نوشته می شود معادله درجه اول است).

مثال ۴ $2x - \frac{1}{4} = 4$ و $x - 12 = 0$ و $2x + 4 = 0$ و $ax + b = 0$

روش حل معادله درجه اول \Leftarrow تمامی مجهولات (x) ها را به یک سمت تساوی و تمامی عدد طاربه

سمت دیگر تساوی می بریم و پس معادله را حل می کنیم یعنی x را می یابیم.

مثال ۵ \Leftarrow حاصل معادلات زیر را بدست آورید.

$$2x + 4 = 0 \rightarrow 2x = -4 \rightarrow x = \frac{-4}{2} = -2$$

$$x - 12 = 0 \rightarrow x = 12$$

$$2x - 4 = 9 \rightarrow 2x = 9 + 4 = 2x = 13 \rightarrow x = \frac{13}{2} = 6.5$$

$$2x + 4 = 9x - 12 \rightarrow 2x - 9x = -12 - 4 \rightarrow -7x = -16 \rightarrow$$

$$x = \frac{-16}{-7} = \frac{16}{7}$$

هر عددی که از عبارات زیر با هم می تواند تبدیل آید.

الف) عددی باید به آن برابر آن ۲ برابر آن ۳ برابر آن عدد ۲ باشد.

$$x - 2 = \frac{x}{2} \rightarrow x = \frac{x}{2} + 2 \rightarrow 2x = x + 4 \rightarrow x = 4$$

ب) مربع عددی برابر با همان عدد است. مربع دیگری به توان ۲

$$x^2 = x$$

ج) نیمی از سه عددی بیان ۳ سال بزرگتر است. اگر حاصل ضرب سن این دو ۹۵ باشد هر عددی را چه چیز

سال دارد؟ $n(n-3) = 95$

$$\Rightarrow \begin{cases} n = 10 \\ n - 3 = 7 \end{cases}$$

معادله‌ی درجه دوم

یک معادله درجه دوم می‌تواند دارای دو ریشه حقیقی و یک ریشه حقیقی و یک ریشه مجازی یا دو ریشه مجازی باشد.

مثال

$$ax^2 + bx + c = 0$$

معادله استاندارد درجه دوم

$$(x - x_1)(x - x_2) = 0$$

$$x - x_1 = 0 \rightarrow x = x_1$$

$$x - x_2 = 0 \rightarrow x = x_2$$

مثال

$$(x - 2)(x + 4) = 0 \rightarrow \begin{cases} x - 2 = 0 \rightarrow x = 2 \\ x + 4 = 0 \rightarrow x = -4 \end{cases}$$

(معادله درجه دوم ضرایب صحیح)

$$(x - x_1)^2 = 0 \rightarrow x - x_1 = 0 \rightarrow x = x_1$$

مثال

$$(x - 2)^2 = 0 \rightarrow x - 2 = 0 \rightarrow x = 2$$

نکته

1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
21
22
23
24

$$(n \oplus n_1)(n \oplus n_2) = 0$$

عادل درجه دومی بنویسید به ریشه های آن n_1 و n_2 باشد

$$(n \oplus n_1)^2 = 0$$

عادل درجه دومی بنویسید به دلای ریشه مضاعف n_1 باشد

مثال

$$(x+2)(x+4) = 0$$

عادل درجه دومی بنویسید به ریشه های آن -2 و -4 باشد

$$(x-5)^2$$

عادل درجه دومی بنویسید به دلای ریشه مضاعف 5 باشد

روش حل معادلات درجه دوم روش تجزیه ای است

در این روش تمامی عبارات را به سمت راست آورده و با استفاده از تجزیه و فاکتورگیری آن ها، آن ها را

ساده کرده (عقب به درون برانتر می بینیم) سپس جواب را می یابیم

عوامل عدالت زیر را بدست آورید

$$x^2 - 2x^2 = 0 \Rightarrow x^2(x^2 - 2) = 0 \Rightarrow x^2 = 0 \vee x^2 - 2 = 0 \Rightarrow x^2 = 2 \Rightarrow x = \pm \sqrt{2}$$

$$x^2 - 5x + 4 = 0 \Rightarrow (x-4)(x-1) = 0 \Rightarrow x = 4, 1$$

$$x^2 + 2x + 1 = 0 \Rightarrow (x+1)^2 = 0 \Rightarrow x+1 = 0 \Rightarrow x = -1$$

$$x^2 - 5x + 6 = 0 \Rightarrow x^2 + x - 6 = 0 \Rightarrow 2x^2 - 6 = 0 \Rightarrow 2x^2 = 6 \Rightarrow x^2 = \frac{6}{2} \Rightarrow x = \pm \sqrt{\frac{6}{2}}$$

$$x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x(x-1) = 0 \Rightarrow x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1$$

$$\frac{x^2}{x} = x \Rightarrow \frac{x^2}{x} - x = 0 \Rightarrow x(\frac{x}{x} - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ \frac{x}{x} - 1 = 0 \Rightarrow \frac{x}{x} = 1 \Rightarrow x = 1 \times 1 = 1 \end{cases}$$

$$(x+2)(x-4) = x-4 \Rightarrow (x+2)(x-4) - (x-4) = 0 \Rightarrow (x-4)(x+2-1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x-4 = 0 \Rightarrow x = 4 \\ x+1 = 0 \Rightarrow x = -1 \end{cases}$$

نتیجه

✓ اگر معادله درجه یک باشد ۱) حاصل جمع و عدد ثابت تغییر نمی کند و در جمله به هر جمله تا آخری می بینیم

✓ اگر معادله درجه دو باشد تمام ضرایب به نسبت مساوی برده و پس به کمک مابعد لیبی و یا اتحادها معادله را

حل می کنیم

نام و نام خانوادگی

در معادلات به فرم $k = (n-1)^2$ می توان با توجه به مقدار k حاصل را به صورت زیر بدست آورد.

الف) $k > 0 \Rightarrow$ (ک عدد مثبت است) $\xrightarrow{\text{جزر گرفتن}} n-1 \pm \sqrt{k}$

$(n-1)^2 = 4 \xrightarrow{\text{جذر}} (n-1) = \pm 2 \rightarrow \begin{cases} n-1-2 = n-3 \\ n-1 = 2 \end{cases} \rightarrow n=3, n=5$

ب) $k = 0 \Rightarrow (n-1)^2 = 0 \rightarrow (n-1) = 0 \rightarrow n = 1$

ج) $k < 0 \Rightarrow$ (ک عدد منفی است) $\rightarrow (n-1)^2 = -2$ جواب ندارد. X

۱. عادل کوی زیر را حل کنید.

۴) $x^r - 1 = 0 \Rightarrow (x^r - 1) = 0 \Rightarrow x^r - 1 = 0 \Rightarrow x^r = 1 \Rightarrow x = \pm 1$

۶) $(x+1)(x-1) = x^2 - 1 = (x+1)(x-1) - (x-1) = 0 \Rightarrow (x+1)(x-1) = 0 \Rightarrow x = -1, 1$

۸) $x^k - 2x^r = 0 \Rightarrow x^r(x^{\frac{k}{r}-1} - 2) = 0 \Rightarrow x^r = 0 \Rightarrow x = 0, x^{\frac{k}{r}-1} - 2 = 0 \Rightarrow x^{\frac{k}{r}-1} = 2 \Rightarrow x = \pm \sqrt{\frac{2}{\frac{k}{r}-1}}$

۱۰) $x^r = x - \frac{1}{x} \Rightarrow x^r - x + \frac{1}{x} = 0 \Rightarrow x(x^{r-1} - 1 + \frac{1}{x^2}) = 0 \Rightarrow x = 0 \text{ or } x^{r-1} - 1 + \frac{1}{x^2} = 0 \Rightarrow x = \pm \sqrt{\frac{1}{x^2}}$

۱۲) $x^r - 1 = 0 \Rightarrow x(x^{r-1} - 1) = 0 \Rightarrow x = 0 \text{ or } x^{r-1} - 1 = 0 \Rightarrow x^{r-1} = 1 \Rightarrow x = 1$

۱۴) $x^r - 2x + 1 = 0 \Rightarrow (x^r - 1) - 2x + 2 = 0 \Rightarrow x = 1, 2$

۱۶) $\frac{x^r}{r} = x \Rightarrow \frac{x^r}{r} - x = 0 \Rightarrow x(\frac{x^{r-1}}{r} - 1) = 0 \Rightarrow x = 0 \text{ or } \frac{x^{r-1}}{r} = 1 \Rightarrow x^{r-1} = r \Rightarrow x = \sqrt[r-1]{r}$

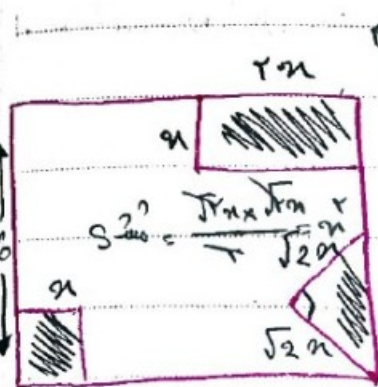
۱۸) $x^r = 2 - x^r \Rightarrow 2x^r = 2 \Rightarrow x^r = 1 \Rightarrow x = \pm 1$

۲۰) $x^r + 1 = 0 \Rightarrow (x^r + 1) = 0 \Rightarrow x^r = -1 \Rightarrow x = \pm \sqrt[r]{-1}$

۲۲) $x^r + 1 = 0 \Rightarrow (x^r + 1) = 0 \Rightarrow x^r = -1 \Rightarrow x = \pm \sqrt[r]{-1}$

۲۴) $(x-1)^r = 1 \Rightarrow (x-1)^r - 1 = 0 \Rightarrow x-1 = 1 \Rightarrow x = 2$

2. از فریبی به ضلع 6cm یک مثلث بر روی و بر روی سر آن است. مساحت بی کمانه 24cm^2 است. طول ضلع دایره بر روی سر آن



مساحت بی کمانه $S_{\text{بی کمانه}} = S_{\text{مربع}} - S_{\text{مربع}} = 24$

$S_{\text{مربع}} = \frac{\sqrt{2}a \times \sqrt{2}a}{2} = a^2$

$S_{\text{بی کمانه}} = S_{\text{مربع}} + S_{\text{مربع}} + S_{\text{مربع}} = 24$

$a^2 + 2a^2 + a^2 = 24$

$4a^2 = 24 \rightarrow a^2 = 6 \rightarrow a = \sqrt{6}$

3. معادله درجه دومی بنویسید که 2 و 3 جذبات آن باشد. این معادله منجمد است.

$(x-2)(x+3) = 0 \rightarrow x^2 + x - 6 = 0$

4. معادله درجه دومی بنویسید که 1 و 1 ریشه مضاعف آن باشد. این معادله منجمد است.

$(x-1)^2 = 0 \rightarrow x^2 - 2x + 1 = 0$

5. در معادله $x^2 + Kx + 8 = 0$

الف) جواب این معادله در صورت وجود برای 2، 4، 9، 0، 9 و 9 - K بدست آورید.

$(x-1)^2 = 2 \rightarrow x-1 = \pm\sqrt{2} \rightarrow x = 1 \pm \sqrt{2}$

$(x-1)^2 = 4 \rightarrow (x-1) = \pm 2 \rightarrow x = 1 \pm 2 = 3, -1$

1. $(x-1)^2 = 0 \quad x = 1$

3. $(x-1)^2 = -9$ جواب ندارد

ب) به ازای چه مقادیری از k معادله ریشه مضاعف دارد؟ صفر

پ) به ازای چه مقادیری از k معادله ریشه حقیقی دارد؟ به ازای k که معادله دو ریشه حقیقی دارد $k \geq 4$

ت) به ازای چه مقادیری از k معادله ریشه حقیقی ندارد؟ به ازای k که معادله ریشه حقیقی ندارد $k < -4$



عادله های درجه دوم زیر را به روش متغیر کامل کنید.

الف) $x^2 - 5x + 4 = 0 \rightarrow x^2 - 5x = -4 \rightarrow (x^2 - 5x + \frac{25}{4}) = -4 + \frac{25}{4} = \frac{-16 + 25}{4} = \frac{9}{4} \rightarrow (x - \frac{5}{2})^2 = \frac{9}{4} \rightarrow x - \frac{5}{2} = \pm \frac{3}{2} \rightarrow x = \frac{5}{2} \pm \frac{3}{2}$

ب) $9x^2 + 4x - 7 = 0 \rightarrow 9(x^2 + \frac{1}{9}x - \frac{7}{9}) = 0 \rightarrow x^2 + \frac{1}{9}x - \frac{7}{9} = 0 \rightarrow (x + \frac{1}{18})^2 = \frac{1}{36} + \frac{7}{9} = \frac{1 + 28}{36} = \frac{29}{36} \rightarrow x + \frac{1}{18} = \pm \sqrt{\frac{29}{36}} = \pm \frac{\sqrt{29}}{6} \rightarrow x = -\frac{1}{18} \pm \frac{\sqrt{29}}{6}$

ج) $x^2 + 4x + 9 = 0 \rightarrow x^2 + 4x = -9 \rightarrow (x^2 + 4x + 4) = -9 + 4 = -5 \rightarrow (x + 2)^2 = -5 \rightarrow x + 2 = \pm \sqrt{-5} = \pm i\sqrt{5} \rightarrow x = -2 \pm i\sqrt{5}$

د) $x^2 + 4x + 9 = 0 \rightarrow x^2 + 4x + 4 = -5 \rightarrow (x + 2)^2 = -5 \rightarrow x + 2 = \pm i\sqrt{5} \rightarrow x = -2 \pm i\sqrt{5}$

حل معادلات درجه دوم بر روش بی (دلتا)

فرم کلی معادلات درجه دوم به صورت $ax^2 + bx + c = 0$ می باشد که با توجه به مقادیر a, b, c می توان

تعداد ریشه ها و همچنین مقدار ریشه های معادله را بدست آورد. درود برای این کار ابتدا باید دلتا معادله را بدست آوریم

تغییر درجه دوم

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

مثال ۴

$$x^2 + 4x + 4 = 0 \rightarrow b^2 - 4ac = 4^2 - 4(1)(4) = 16 - 16 = 0$$

$$2x^2 - 1 + 4x = 0 \rightarrow 4^2 - 4(2)(-1) = 16 + 8 = 24$$

$$1) \Delta > 0 \rightarrow \text{معادله دو ریشه متمایز دارد} \rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \\ x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \end{cases}$$

$$2) \Delta = 0 \rightarrow \text{معادله یک ریشه دارد} \rightarrow x = \frac{-b}{2a}$$

$$3) \Delta < 0 \rightarrow \text{معادله بی ریشه دارد}$$

Subject:

Year: Month: Day: ()

حل المسألة

معادلات زیر را بر روی Δ حل کنید.

$$x^2 + px + r = 0 \rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = 4 - 4(1)(r) = 4 - 4r = 4(1-r) > 0 \rightarrow \text{دو ریشه دارد}$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}, \quad \frac{r + \sqrt{1-r}}{1} = \frac{r}{1} = r$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}, \quad \frac{r - \sqrt{1-r}}{1} = \frac{r}{1} = r$$

$$x^2 + px + r = 0 \rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = 4 - 4(1)(-r) = 4 + 4r = 4(1+r) > 0 \rightarrow \text{دو ریشه دارد}$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}, \quad \frac{-1 + \sqrt{1+r}}{2} = \frac{r}{2} = \frac{r}{2}$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}, \quad \frac{-1 - \sqrt{1+r}}{2} = \frac{r}{2} = \frac{r}{2}$$

$$x^2 + px + r = 0 \rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = 1 - 4(1)(r) = 1 - 4r < 0 \rightarrow \text{دو ریشه ندارد}$$

معادلات زیر را بر روش Δ حل کنید.

الف) $2x^2 + 4x - 1 = 0$ $\Delta = b^2 - 4ac \rightarrow 16 - 4(2)(-1) = 44$ $\Delta > 0$ دو ریشه حقیقی

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-4 + \sqrt{44}}{4} \quad x_2 = \frac{-4 - \sqrt{44}}{4}$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-4 - \sqrt{44}}{4} \quad x_2 = -1$$

ب) $4x^2 + 2x - 1 = 0$ $\Delta = b^2 - 4ac \rightarrow 14 - 4(4)(-1) = 30$ $\Delta > 0$ دو ریشه حقیقی

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-2 + \sqrt{30}}{8} = \frac{-2 + 1}{4} = \frac{-1}{4}$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-2 - \sqrt{30}}{8} = \frac{-2 - 1}{4} = \frac{-3}{4}$$

۱. معادله‌های درجه دوم زیر را حل کنید.

۱) $x^2 - x + 2 = 0$ $\Delta = b^2 - 4ac \rightarrow 1 - 4(1)(2) = 1 - 8 = -7$ ریشه ندارد.

۲) $2x^2 + x - 1 = 0$ $\Delta = b^2 - 4ac \rightarrow 1 - 4(2)(-1) = 1 + 8 = 9 > 0$ دو ریشه دارد.

$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-1 + \sqrt{9}}{4} = \frac{-1 + 3}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-1 - \sqrt{9}}{4} = \frac{-1 - 3}{4} = \frac{-4}{4} = -1$

۳) $kx^2 - kx + 1 = 0$ $\Delta = b^2 - 4ac \rightarrow 14 - 4(k)(1) \rightarrow 14 - 4k = 0$ یک ریشه دارد.

$x = \frac{-b}{2a} = \frac{k}{k} = \frac{1}{1} = 1$

۴) $x^2 + 14x - 11 = 0$ $\Delta = b^2 - 4ac \rightarrow 196 - 4(1)(-11) = 196 + 44 = 240 > 0$ دو ریشه دارد.

$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-14 + \sqrt{240}}{2} = \frac{-14 + 15.49}{2} = \frac{1.49}{2} = 0.745$

$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-14 - \sqrt{240}}{2} = \frac{-14 - 15.49}{2} = \frac{-29.49}{2} = -14.745$

5) $2x - 9 + 150 \Delta = b^2 - fac \rightarrow 1 - F(F)(F) = 1 - F \Delta = -F \Delta$ مطلوبه اول و دوم

6) $9x^2 + \sqrt{4}x - 150 \Delta = b^2 - fac \rightarrow 9 - F(1)(-1) = 9 - (-F) = 9 + F$ مطلوبه اول و دوم

$$x_{1,2} = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-\sqrt{4} + \sqrt{4}}{2}$$

$$x_{1,2} = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-\sqrt{4} - \sqrt{4}}{2}$$

2. معادله $2x^2 - 3x - 5 = 0$ را بر روی Δ حل کنید با مناسبی روشی $9x^2 + \sqrt{4}x - 150 \Delta = b^2 - fac$ درست است

$9x^2 - 9x - 2 = 0 \rightarrow \Delta = b^2 - fac \rightarrow 9 - F(1)(-2) = 9 - (-F) = 9 + F$ مطلوبه اول و دوم

$$x_{1,2} = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{9 + \sqrt{4}}{2} = \frac{9 + 2}{2} = \frac{11}{2} = \frac{a}{F}$$

$$x_{1,2} = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-9 - \sqrt{4}}{2} = \frac{-9 - 2}{2} = \frac{-11}{2} = -\frac{a}{F}$$

$$x_{1,2} = \frac{a}{F} \times 2 - \frac{a}{F} = \frac{2a - a}{F} = \frac{a}{F}$$

این جنبی مهم تر

در معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ می توان روابط زیر را بدست آورد.

(1) اگر مجموع ضرایب برابر صفر باشد $(a+b+c=0)$ یک ریشه مساوی 1 و ریشه دیگر آن $-\frac{c}{a}$ می باشد

مثال \leftarrow $2x^2 + 5x - 7 = 0$ \rightarrow مجموع ضرایب $= 0$ $x_1 = 1, x_2 = -\frac{c}{a} = -\frac{7}{2}$

(2) اگر رابطه $a+c=b$ در این صورت یک ریشه معادله (-1) و ریشه دیگر آن $(-\frac{c}{a})$ می باشد

مثال \leftarrow $x^2 + 5x + 4 = 0 \rightarrow a+c=b$ $x_1 = -1, x_2 = -\frac{c}{a} = -\frac{4}{1} = -4$

(3) مجموع دو ریشه این معادله برابر است با $(-\frac{b}{a})$ $(x_1 + x_2 = -\frac{b}{a})$

مثال \leftarrow $2x^2 + 4x - 12 = 0 \rightarrow$ مجموع ریشه ها $= -\frac{b}{a} \Rightarrow -\frac{4}{2}$

(4) حاصل ضرب ریشه ها در این معادله برابر است با $(\frac{c}{a})$ $(x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a})$

$2x^2 + 4x - 12 = 0$ حاصل ضرب ریشه ها $\frac{c}{a} \Rightarrow \frac{-12}{2} = -6$

این نکته

ریشه های معادله در خود معادله صدق می کند یعنی اگر جواب معادله را به داده باشند می توانیم آن جواب را در

موضوع را قرار دهیم.

مثال ۴ ← دارای جواب ۴ می باشد ✓
 $ax^2 + ax + 2a = 0$ ✓

جواب عدد این معادله را بدست آورید.

$$x^2 + a(-x) + 2a = 0 \rightarrow x^2 + ax + 2a = 0 \rightarrow 4 + 4a = 0$$

$$4a = -4 \rightarrow a = \frac{-4}{4} = -1$$

حال که a پیدا شد معادله را بسط می دهیم و از روش Δ به دست می آوریم

$$x^2 + 1ax + 2a = 0 \rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = 22a - 4(1)(2a) = 22a - 8a = 14a$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-1a + \sqrt{14a}}{2} = \frac{-1a}{2} = \frac{-1}{2}$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-1a - \sqrt{14a}}{2} = \frac{-1a}{2} = \frac{-1}{2}$$

مثال ۳ ←

تفاوت از معادله های زیر: از یک طرف متغیر a همواره در معادله های حقیقی می باشد؟

Subject:
Year: Month: Day: ()

1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
21
22
23
24

جواب 1: $x^2 + 9x - 1 = 0$ $\Delta = b^2 - 4ac = 81 - 4(1)(-1) = 85$ $\sqrt{85}$ \therefore جواب دوگانه است.

جواب دارد

جواب 2: $x^2 - x + 9 = 0$ $\Delta = b^2 - 4ac = (-1)^2 - 4(1)(9) = -35$ \therefore جواب ندارد.

1. عبارات کو باج

2. نحوه حل عبارات کو باج

3. تمامی عبارات را به یک سمت تساوی می آوریم

4. معراج مشترک می گیریم

5. سپس فقط صورت اعدادی مشترک را می بینیم

6. **نکته:** اگر در معادله دو سمت هم علامت داشته باشند با هم جمع می شوند و اگر یکی مثبت و دیگری منفی باشد با هم منفرجه می شوند

مثال

7. **نکته:** معادلات زیر را به روش جدید (معادلات زیر را حل کنید)

معادله را به روش زیر حل کنید

$$\frac{1}{x-2} - \frac{2(x-1)}{x-2} = 2 \rightarrow \frac{1}{x-2} - \frac{2(x-1)}{x-2} = 2 \rightarrow \frac{1 - 2(x-1) - 2(x-2)}{x-2}$$

$$-2x + 2 - 2x + 4 = 2x - 4 \rightarrow -4x + 6 = 2x - 4 \rightarrow -6x = -10 \rightarrow x = \frac{10}{6} = \frac{5}{3}$$

$$\frac{x-2}{x-2} + \frac{x-1}{x+2} = \frac{x^2-4x+5}{x^2-x-2} = \frac{x-2}{x-2} + \frac{x-1}{x+2} - \frac{x^2-4x+5}{x^2-x-2} = 0 \rightarrow$$

$$(x+2)(x-2) + (x-2)(x-1) - (x^2-4x+5) = 0 \rightarrow x^2+2x-4 + x^2-4x+2 - x^2+4x-5 = 0 \rightarrow x^2-2x-3 = 0$$

$$(x-3)(x+1) = 0 \rightarrow \begin{cases} x-3=0 \rightarrow x=3 \\ x+1=0 \rightarrow x=-1 \end{cases}$$

Subject: _____
 Year: _____ Month: _____ Day: _____ ()

$$1 + \frac{\Lambda}{n^r} = \frac{F}{n} \rightarrow 1 + \frac{\Lambda}{n} - \frac{F}{n} = 0 \rightarrow \frac{(n^r) + \Lambda - F n}{n^r} = 0 \xrightarrow{\text{نفسه}} n^r - F n + \Lambda = 0 \xrightarrow{\Delta}$$

$$\Delta = b^r - 4ac = 14 - 4(1)(\Lambda) = 14 - 4\Lambda = -14 < 0 \quad \rightarrow \text{ليس}$$

$$\frac{n-r}{n-r} = \frac{n+1}{n+r} \rightarrow \frac{n-r}{n-r} - \frac{n+1}{n+r} = 0 \rightarrow \frac{(n-r)(n+r) - (n+1)(n-r)}{(n-r)(n+r)} = 0 \xrightarrow{\text{نفسه}} r n - r = 0$$

$$r n = r \Rightarrow n = \frac{r}{r} \Rightarrow n = 1$$

$$\frac{rK}{1+m} + 1 = \frac{rK}{1-m} \rightarrow \frac{rK}{1+m} + 1 - \frac{rK}{1-m} = 0 \rightarrow \frac{rK(1-m) + (1+m)(1-m) - rK(1+m)}{(1+m)(1-m)}$$

$$\xrightarrow{\text{نفسه}} m^r - F m + 1 = 0 \rightarrow (m+a)(m-r) = 0 \quad \begin{cases} m+a = -a \\ m-r = r \end{cases}$$

$$\frac{y+r}{y+r} - \frac{y^r}{y^r-9} = 1 - \frac{y-1}{r-y} \rightarrow \frac{y+r}{y+r} - \frac{y^r}{y^r-9} - 1 + \frac{y-1}{r-y} = 0 \rightarrow \frac{(y+r)(y^r-9) - (y^r-9) - 1((y+r)(y-r))}{(y+r)(y-r)}$$

$$\frac{(y+r)(y^r-9) + (y-1)(y+r)}{(y+r)(y-r)} = 0 \xrightarrow{\text{نفسه}} -r y^r - r y + 9 = 0 \xrightarrow{\Delta} \Delta = b^r - 4ac = 9 - 4(r)(1) =$$

$$9 + 4\Lambda = 25 > 0 \quad \text{ليس}$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{r + \sqrt{25}}{-r}$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{r - \sqrt{25}}{-r}$$

ما هو الجواب

$$\frac{r(n-d)}{n+r} = \frac{r(n-d)}{n+r} - 1 = 0 \Rightarrow \frac{r(n-d)-(n+r)}{n+r} = 0 \Rightarrow r(n-d) - n - r = 0$$

$$r(n-d) = n+r \Rightarrow n = \frac{r}{r-d} \quad n = \frac{r}{r-d}$$

$$\frac{r(n-r)}{n} + \frac{r(n+d)}{n+r} = d \Rightarrow \frac{r(n-r)}{n} + \frac{r(n+d)}{n+r} - d = 0 \Rightarrow \frac{(r(n-r)(n+r) + (r(n+d))(n) - d(n)(n+r))}{n(n+r)}$$

$$\frac{r}{n+r} + \frac{n}{n+r} = \frac{r}{n+r} \Rightarrow \frac{r}{n+r} + \frac{n}{n+r} - (r+n) = 0 \Rightarrow \frac{r+n - (r+n)(n+r)}{n+r} = 0 \Rightarrow r+n - (r+n)(n+r) = 0$$

$$r+n - (r+n)(n+r) = 0 \Rightarrow r+n - r(n+r) - n(n+r) = 0 \Rightarrow (r+n) = 0 \Rightarrow n = -r$$

$$\frac{r^2 - 2nr + r}{n^2 - 2n} = \frac{1+n}{n} = \frac{n-1}{n-r} = \frac{r^2 - 2nr + r}{n^2 - 2n} = \frac{1+n}{n} = \frac{n-1}{n-r} \Rightarrow \frac{r^2 - 2nr + r - (n-1)(n-r)}{n(n-1)}$$

$$\frac{(n-1)(n)}{n(n-1)} = 0 \Rightarrow \frac{r^2 - 2nr + r - (n-1)(n-r)}{n(n-1)} = 0 \Rightarrow r^2 - 2nr + r - n^2 + nr + n = 0 \Rightarrow -n^2 + r = 0 \Rightarrow n = \frac{r}{-1} \Rightarrow n = -r$$

$$\frac{r}{n-1} = \frac{r}{n+r} = \frac{r}{n-1} \Rightarrow \frac{r}{n-1} - \frac{r}{n+r} - \frac{r}{n-1} = 0 \Rightarrow \frac{r(n+r)(n-1) - r(n-1)(n-1) - r(n-1)(n+r)}{(n-1)(n+r)(n-1)}$$

$$\frac{r}{n+r} + \frac{r}{n+r} - 1 - r(n+r) - r(n+r) - r(n+r) = 0 \Rightarrow r^2 + n - 1 = \Delta = b^2 - 4ac$$

$$1 - r(-r)(-1) = 1 - 1r = -119r$$

Subject: _____
 Year: _____ Month: _____ Day: _____ ()

$$\frac{11}{x^2 - 7} + \frac{x+7}{7-x} = \frac{7x-7}{x+7} \Rightarrow \frac{11}{x^2-7} + \frac{x+7}{7-x} \cdot \frac{7x-7}{7x-7} \Rightarrow \frac{11 + (-x-7)(x+7)}{(x+7)(x-7)}$$

2x-7 (7x-7) x-7

$$\frac{(7x-7)(x-7)}{(x+7)(x-7)} \Rightarrow 11 - x^2 - 49x - 49 - 7x^2 + 49x - 49 = 0 \Rightarrow -8x^2 + 7x - 104 \Rightarrow \Delta = b^2 - 4ac$$

$$7 - 7(-7)(-1) \Rightarrow 7 - 49 = -42 < 0 \text{ (no solution)}$$

Subject:

Year: Month: Day: ()

مجموع معلوم نوع و نوع طبیعی متنوالی برابر این است. آن دو عدد را پیدا کنید.

$$\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} = \frac{\Delta}{r} \Rightarrow \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} - \frac{\Delta}{r} = 0 \Rightarrow \frac{r(r_1+r_2) - \Delta(r_1+r_2)}{r(r_1+r_2)}$$

$$4r_1r_2 + 4r_2 - \Delta r_1 - \Delta r_2 = 0 \Rightarrow -\Delta r_1 + 4r_1 + 4r_2 - \Delta r_2 = 0 \Rightarrow \Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow 49 - 4(-2)(9) \Rightarrow$$

$$149 \Rightarrow \Delta = 149 \Rightarrow r_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-2) + \sqrt{149}}{2(9)} = \frac{2 + \sqrt{149}}{18}$$

$$r_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-2) - \sqrt{149}}{2(9)} = \frac{2 - \sqrt{149}}{18}$$

14. $C_n t = -r$ جواب $\frac{r-t}{r-t} = \frac{r t^r + k}{(t^r+1)^r - 4A}$ است. r, k, A را پیدا کنید.

$$\frac{r-t}{r-t} = \frac{r t^r + k}{(t^r+1)^r - 4A} \Rightarrow \frac{r(-r)}{r-r(-r)} = \frac{r(-r)^r + k}{((-r)^r+1)^r - 4A} \Rightarrow \frac{r}{1-r} = \frac{r^r+k}{1-4A}$$

$$\frac{r}{1-r} = \frac{r^r+k}{1-4A} \Rightarrow \frac{r}{1-r} \times \frac{1-4A}{r} = \frac{r^r+k}{1-4A} \Rightarrow r+k = r \Rightarrow k=0$$

تابع

رابطه خطی هر معادله به صورت $y = ax + b$ است

در رابطه خطی با هر توان x از درجه یک باشد مثل رابطه های زیر خطی هستند

$y = 2x + 3$ $y = -x + \frac{4}{3}$ $y = \frac{x}{2} + 4$ $y = x$

ولی معادله های به صورت زیر که دارای توانی بزرگ تر از یک می باشد رابطه خطی نمی گویند مثلاً

$y = x^2$ $y = -2x^2 + 3x - 9$ $y = x^2 + 4x^2 - 5x + 2$

در رابطه $y = ax + b$ اعداد حقیقی هستند و a متغیر مستقل است و y متغیر وابسته

گویند

مثال

با توجه به رابطه داده شده جدول زیر را کامل کنید

x	1	2	3	4	5	6	7
y	1	-7	-4	2	2	2	0

$y = -2x^2 + 3$

$2 = -2x + 3 \Rightarrow x = 0.5$

1				$\frac{+1}{2}$		
2	x	1	2		0	-1
3	y	2	5	$\frac{1}{2}$	1	2

$y = x^2$

مساحت دایره از رابطه $S = \pi r^2$ و محیط آن از رابطه $P = 2\pi r$ بدست می آید

با توجه به شش‌های داده شده در جدول زیر مساحت و محیط دایره را بدست آورید.

14	r	1	1.5	2	3	4
15	$S = \pi r^2$	π	2.25π	4π	9π	16π
17	$P = 2\pi r$	2π	3π	4π	6π	8π

زوج مرتب

اگر در رابطه ای x و y را در کنار هم به صورت (x, y) بنویسیم به آن زوج مرتب گویند

در زوج مرتب به x مولفه اول یا مختص اول و به y مولفه دوم یا مختص دوم گویند

برای اینکه دو زوج مرتب با هم برابر باشند باید مولفه های اول با هم و مولفه های دوم نیز با هم برابر باشند

$$(a, b) = (c, d) \rightarrow \begin{cases} a = c \\ b = d \end{cases}$$

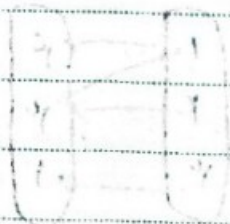
یعنی

$$(x+2, y-3) = (4, 5) \rightarrow \begin{cases} x+2 = 4 \\ y-3 = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 8 \end{cases}$$

جدول زیر را کامل کنید

x	-1	0	$\frac{1}{2}$	1	1	$\sqrt{2}$	2
y	-2	1	2	3	4	$2\sqrt{2}+1$	7
(x, y)	$(-1, -2)$	$(0, 1)$	$(\frac{1}{2}, 2)$	$(1, 3)$	$(1, 4)$	$(\sqrt{2}, 2\sqrt{2}+1)$	$(2, 7)$

$$y = 2x + 1$$



تابع

تعریف اول تابع: دارای مولفه اول مساوی نباشند (منفی) ها با هم برابر نباشند (زوج مرتب)

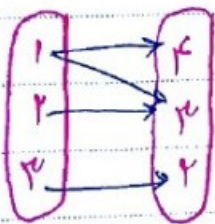
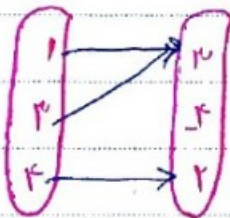
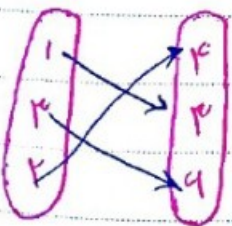
مثال

کدام یک از رابطه های زیر یک تابع است؟

$$\{(1,2), (3,4), (2,3), (1,-1)\} \checkmark$$

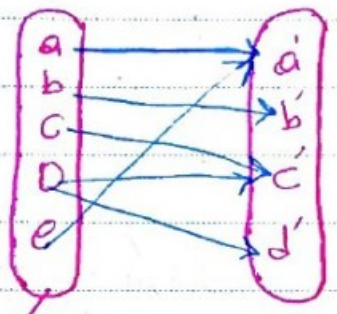
$$\{(2,3), (4,4), (3,6), (2,3)\} \times$$

تعریف دوم تابع: (غردار) از آن فردا اول بین سمت چپ مقابل بیان خارج شود.



سؤال ←

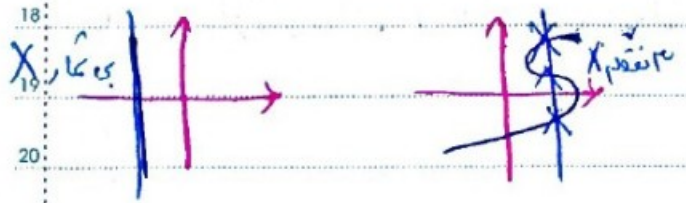
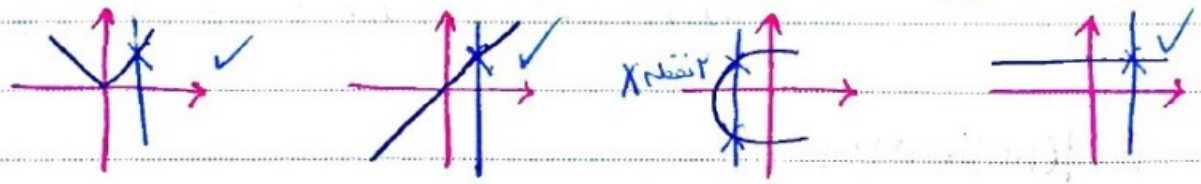
متودار بیضای یک رابطه رسم شده است. با حذف کدام عنوان این رابطه تابع خواهد شد؟



با حذف کدام بیضی از D حذف می شود و متودار تبدیل به متودار تابع می گردد.

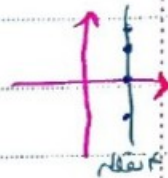
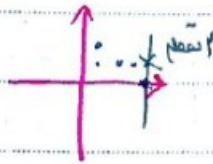
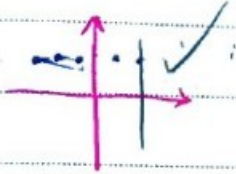
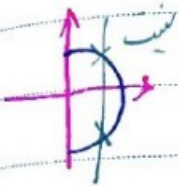
تعریف سوئچ تابع: اگر هر خط موازی محور Y چهار رسم کنیم و این خط متودار تابع را جدا کند

کسی نقطه قطع کند متودار مورد نظر تابع می باشد.



مثال =

لدامید از نمودار زیر نموداری تابع هستند؟



تعریف چهارم تابع: اگر در یک نقطه خاص x ها یا هم برابر باشند در آن نقطه باید یک داشته باشند

برابر باشند

مثال =

میانجم رابطه A یک تابع باشد مقدار m را بیست آورید.

$$A = \{(1, m), (2, 9), (3, 2), (4, 3)\} \quad m = ?$$

با توجه به این که برای $x=1$ برابر است با $y=9$ و $y=2$ برابر است با $x=2$

مثال =

اگر رابطه F تابع باشد در این صورت حاصل آن x را بیست آورید.

$$F = \{(x, x+y), (2, 2), (5, 2), (3, 4), (5, x-y)\}$$

1 $(r, x+y), (r, k) \rightarrow x+y = k$

$$\begin{cases} x+y = k \\ x-y = r \end{cases} \Rightarrow \begin{aligned} &2x + 4 = 2k - r \\ &x + y = k \Rightarrow r + y = k \Rightarrow y = k - r \end{aligned}$$

3 $(a, r) = (a, x-y) \rightarrow x-y = r$

$$x^r + y^r = k^r + 1 = 1$$

7 مجموعة نقاط F في المستوى a, b, c مجموعة

8 $F = \{(1, 4), (r, ra+b), (r, 4), (1, ra+r), (r, rb)\}$

10 $(1, 4) = (1, ra+r) \rightarrow ra+r = 4 \rightarrow ra = 4-r \rightarrow a = \frac{4-r}{r} = \textcircled{1}$

12 $(r, ra+b) = (r, rb) \rightarrow ra+b = rb \rightarrow r(1) + b = rb \rightarrow rb - b = r \rightarrow$

14 $b = \textcircled{r}$

دامنه و بردش

دامنه به مقادیری که می تواند داشته باشد دامنه گویند. D

برده به مقادیری که می تواند داشته باشد برد می گویند. R

تذکره: اگر در جای عبارت $A \rightarrow B$ دیده شد منظور از A همان دامنه و منظور از B همان برد می باشد

مثال

دامنه و برد را برای حرکت از تابع های زیر بدست آورید

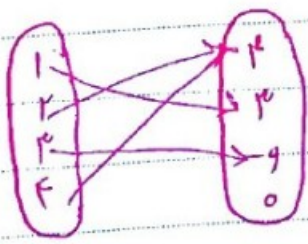
$A \rightarrow B$

«زوج مرتب» $f = \{(1, 2), (2, 4), (3, 1), (4, 3)\}$

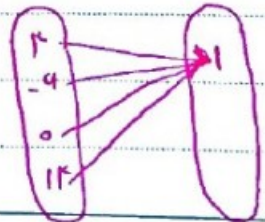
$D = \{1, 2, 3, 4\}$

$R = \{1, 2, 3, 4\}$

(سوالات بعدی (فون) (ب))



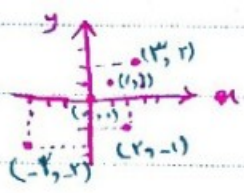
$D = \{1, 2, 3, 4\}$



$R = \{1\}$

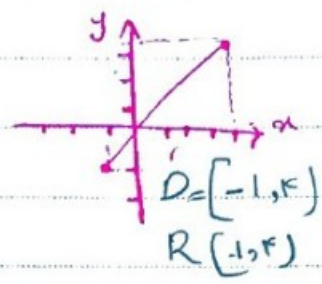
$D = \{2, 4, 0, 12\}$
 $R = \{1\}$

1: ع) اكتب د



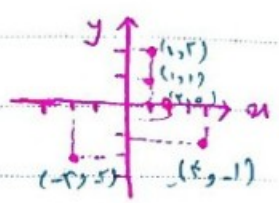
$$D = \{-1, 0, 1, 2, 3\}$$

$$R = \{-1, 0, 1, 2\}$$



$$D = [-1, 4]$$

$$R = [-1, 4]$$



$$D = \{-1, 0, 1, 5\}$$

$$R = \{-1, 1, 5\}$$



Subject:
Year:

Month:

Day: ()

نکته: تابع را با $f(x)$ نشان می دهند

$$f(x) = x - 1$$

مثال ←

در بعضی از سوالات تابع را نیز به صورت $f: A \rightarrow R$ نشان می دهند که بدین

$$f(x) = x - 1$$

آن این است که دامنه تابع A و برد تابع R برابر R باشد

مثال: با توجه به ضابطه هر تابع مجبوریم مقادیر x و هر تابع را مشخص کنید

الف) $f: A \rightarrow B$

$$f(x) = \frac{x+1}{x-1}$$

$$A = \{-2, 0, \sqrt{2}, \frac{1}{2}\}$$

$$B = \{\frac{1}{2}, -1, \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1}, -3\}$$

$$x = -2 \rightarrow f(-2) = \frac{-2+1}{-2-1} = \frac{-1}{-3} = \frac{1}{3}$$

$$x = 0 \rightarrow f(0) = \frac{0+1}{0-1} = -1$$

$$x = 1 \rightarrow f(1) = \frac{1+1}{1-1} = \frac{2}{0} \times \text{غیرممکن}$$

$$x = \sqrt{2} \rightarrow f(\sqrt{2}) = \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1}$$

$$x = \frac{1}{2} \rightarrow f(\frac{1}{2}) = \frac{\frac{1}{2}+1}{\frac{1}{2}-1} = \frac{\frac{1+2}{2}}{\frac{1-2}{2}} = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{-1}{2}} = \frac{3}{-1} = -3$$

1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
21
22
23
24

$$f: A \rightarrow B$$

$$A = \{0, -1, 1, 2, 3\}$$

$$f(x) = \sqrt{x+1} - 1$$

$$B = \{0, -1, 2, 1, \sqrt{2}-1\}$$

$$f(0) = \sqrt{0+1} - 1 = 0$$

$$f(-1) = \sqrt{-1+1} - 1 = -1$$

$$f(1) = \sqrt{1+1} - 1 = \sqrt{2} - 1$$

$$f(2) = \sqrt{2+1} - 1 = \sqrt{3} - 1$$

$$f(3) = \sqrt{3+1} - 1 = \sqrt{4} - 1 = 2 - 1 = 1$$



تابع خطی تابعی است که نمودار آن به صورت یک خط راست می باشد

شکل ۵

دماضبط تابع خطی به صورت $y = mx + b$ می باشد که در آن m شیب و b نقطه تقاطع با محور عمودی است.

مثال: با توجه به تابع خطی داده شده نمودارهای زیر را بدست آورید.

$$f(x) = 3x + 4$$



تذکره: فقط لیست در توابع خطی توان ا. ا. می باشد

$$f(0) = 3(0) + 4 = 4$$

$$f(-2) = 3(-2) + 4 = -2$$

$$f(1) = 3(1) + 4 = 7$$

$$f(a) = 22 \rightarrow b = 3(a) + 4 = 22 \rightarrow 3a = 22 - 4 \rightarrow 3a = 18 \rightarrow a = \frac{18}{3} = 6$$

$$f(b) = 2 \rightarrow a = 3(b) + 4 = 2 \rightarrow 3b = 2 - 4 \rightarrow 3b = -2 \rightarrow b = \frac{-2}{3}$$

$$f(x) = 4 \rightarrow x = 3(x) + 4 = 4 \rightarrow 3x = 4 - 4 \rightarrow 3x = 0 \rightarrow x = 0$$

Subject: _____

Year: _____ Month: _____ Day: _____ ()

نقطه نوشتن تابع درجه اول (تابع خطی)

زغای هر دو نقطه (x_1, y_1) و (x_2, y_2) را در معادله با شیب می توانیم تابع خطی را با استفاده از رابطه مقابل

$$y - y_1 = m(x - x_1) \quad \text{بدست آوریم} \quad \text{شیب خط (ضرب زائده)} \quad \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

مثال:

در یک تابع خطی $f(0) = 2$ و $f(1) = 3$ باشد تابع $f(x)$ را بدست آورید.

$$f(0) = 2 \rightarrow (0, 2) \quad (1)$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3 - 2}{1 - 0} = 1$$

$$f(1) = 3 \rightarrow (1, 3) \quad (2)$$

$$y - y_1 = m(x - x_1) \rightarrow y - 2 = 1(x - 0) \rightarrow$$

$$y - 2 = 1x \rightarrow y = \frac{1}{1}x + 2$$

اگر نمودار تابع خطی f از مبدأ عبور کرده و $f(-1) = 2$ باشد ضابطه تابع f را بدست آورید.

$$f(-1) = 2 \rightarrow (-1, 2) \quad (2)$$

$$(0, 0) \rightarrow \text{از مبدأ عبور کرده} \quad (1)$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2 - 0}{-1 - 0} = -2$$

$$y - y_1 = m(x - x_1) \rightarrow y - 0 = -2(x - 0) \rightarrow y = -2x$$

رسم نمودار خطی ۸

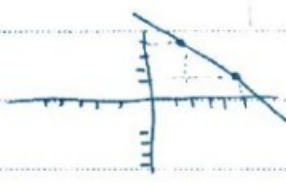
مثال ۸: ضابطه تابع خطی از سه نقطه (۲، ۳)، (۴، ۱) و (۱، ۲) مشخص کنید و نمودار آن را

رسم نمایید.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{1 - 3}{4 - 2} = \frac{-2}{2} = -1$$

$$y - y_1 = m(x - x_1) \rightarrow y - 3 = -1(x - 2) \rightarrow y = -x + 2 + 3 \rightarrow y = -x + 5$$

x	۲	۴
y	۳	۱



نمودار تابع خطی $y = 2x + 3$ را رسم نمایید

x	۰	۱
y	۳	۵



Subject:

Year:

Month:

Day: ()

منو دار توابع زیر را رسم بنمائید

$$y = 2x + 4 \quad \begin{array}{c|cc} x & 0 & 1 \\ \hline y & 4 & 6 \end{array}$$




$$y = -1.5x + 2 \quad \begin{array}{c|cc} x & 0 & 1 \\ \hline y & 2 & 0.5 \end{array}$$




Subject:


Year: Month: Day: ()


تابع درجه دوم (پارابول) تابع به معادله $y = ax^2 + bx + c$ می باشد که $a \neq 0$ می باشد تابع یک سهمی

(معادله یک سهمی) می باشد که نمودار آن به صورت  می باشد

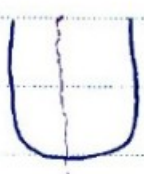
یا $a > 0$ 

یا $a < 0$ 

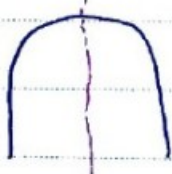
به طور مثال: نمودار تابع $y = 3x^2 + 5x - 14$ تقریباً به صورت  می باشد زیرا $a > 0$ است

وکی نمودار تابع $y = -x^2 + 8$ به صورت  می باشد زیرا $a < 0$ است

هر سهمی دارای یک محور تقارن می باشد. معادله آن به صورت $x = \frac{-b}{2a}$ است.



محور تقارن $x = \frac{-b}{2a}$



محور تقارن $x = \frac{-b}{2a}$

مثال: معادله محور تقارن سهمی $y = -4x^2 + 8x - 1$ را بدست آورید

$y = -4x^2 + 8x - 1 \rightarrow a = \frac{-b}{2a} = \frac{-8}{2(-4)} = 1$

$y = 8x^2 + 2x + 2 \rightarrow a = \frac{-b}{2a} = \frac{-2}{2(8)} = \frac{-1}{8}$

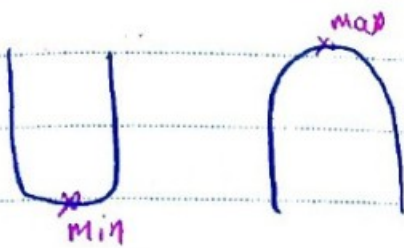
Subject: _____

Year: _____

Month: _____

Day: _____

()



هر همی برای $y = ax^2 + bx + c$ نقطه min یا max می باشد. به نقطه min یا max رأس می گویند. و با k نشان می دهند.

$$S\left(\frac{-b}{2a}, \frac{-\Delta}{4a}\right)$$

$\begin{matrix} x & y \\ \downarrow & \downarrow \\ \frac{-b}{2a} & \frac{-\Delta}{4a} \end{matrix}$

مختصات k برابر است با y و x در این معادله $y = ax^2 + bx + c$ قرار می دهیم.

$$y = 2x^2 - 4x + 1 \rightarrow S\left(\frac{-b}{2a}, \frac{-\Delta}{4a}\right) \rightarrow S\left(\frac{4}{4}, \frac{-16}{4}\right) = (1, -1)$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 16 - 4(1)(1) = 12$$

$$y = x^2 - 4x \rightarrow S\left(\frac{-b}{2a}, \frac{-\Delta}{4a}\right) \rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = 16 - 4(1)(0) = 16 \rightarrow S\left(\frac{4}{2}, \frac{-16}{4}\right) = (2, -4)$$

1 با توجه به این که ضریب a منفی می باشد یعنی دهانه بصورت \downarrow است پس این نقطه رأس

نقطه \max می باشد

5 نکته: این معادله بصورت $y = a(x-h)^2 + k$ باشد معادله محور تقارن و مختصات رأس

بصورت زیر است

8 $a = k$ و معادله محور تقارن

10 مختصات رأس: (h, k)

مثال:

14 $y = 3(x-5)^2 + 1$

16 $a = 3$ و معادله محور تقارن

18 مختصات رأس: $(5, 1)$

معادله محور تقارن و مختصات رأسی زیر را بدست آورید

22 $y = 3(x+2)^2 + 9$

معادله محور تقارن $x + 2 = 0 \rightarrow x = -2$

رأس $S = (-2, 9)$

رسم نمودار سهمی ۸

برای رسم نمودار سهمی به ۳ نقطه نیاز داریم ابتدا طول محور تقاطع را می یابیم
 و پس یک نقطه قبل از آن و یک نقطه بعد از آن را درون جدول زیر قرار می دهیم.
 ی این $x = ۱$ را بدست می آوریم با داشتن مختصات این ۳ نقطه می توان نمودار سهمی را رسم نمود.

مثال ۱

ابتدا مختصات رسم و مختصات محور تقاطع سهمی به معادله $y = ۲(x - ۱)^۲ + ۱$ را مشخص کرده

نمودار جدول و رسم نمودار

۱) جدولی محور تقاطع
 (۱, ۱) و (۱, ۱) را رسم

x	۰	۱	۲
y	۳	۱	۳



ابتدا مختصات رأس و محور تقاطع سهمی $y = -\frac{۱}{۴}(x + ۲)^۲ + ۵$ را بدست آورده و پس نمودار سهمی را

۲) جدول محور تقاطع
 (۲, ۵), (-۲, ۵) را رسم

x	-۳	-۲	-۱
y	$\frac{۹}{۴}$	۵	$\frac{۹}{۴}$

رسم نمودار



Subject:

Year: Month: Day: ()

$$y = \frac{a}{r}x^2 + \frac{b}{r}x + \frac{c}{r}$$

معاملات $\frac{b}{2a}, \frac{-b}{2a}, \frac{-b}{2a}, \frac{-b}{2a}$

$$S = \left(\frac{-b}{2a}, \frac{-b}{2a} \right) \rightarrow S = \left(\frac{-r}{r}, \frac{-r}{r} \right) \rightarrow S = (-1, -1)$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = r^2 - 4(1)(1) = r^2 - 4$$

x	-1	-1	-1
y	-1	-1	-1



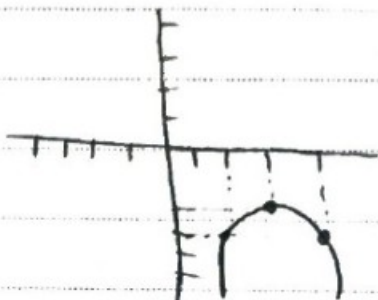
$$y = x^2 + 2x - 1$$

معاملات $\frac{b}{2a}, \frac{-b}{2a}, \frac{-b}{2a}, \frac{-b}{2a}$

$$S = \left(\frac{-b}{2a}, \frac{-b}{2a} \right) \rightarrow S = \left(\frac{-2}{2}, \frac{-2}{2} \right) \rightarrow S = (-1, -1)$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 4 - 4(1)(-1) = 8$$

x	-1	-1	-1
y	-1	-1	-1



تذکره درستی از مسائل معادله درجه دوم را به ما نشانی دهید و ما باید خودمان آن معادله را بیابیم و در رسم

مثال

مسئله مستطیلی ۲۴ متر است اگر اندازه یکی از اضلاع آن را با a و مساحت آن را با S نشان دهیم

اگر آنطور تابع مساحت را بر حسب a رسم نماییم و سپس مشخص کردیم که برای چه مقدار a از S مساحت این

مستطیل max می شود

$$P(n, y) = 24 \rightarrow n \cdot y = \frac{24}{n} = 12 \rightarrow y = 12 - n$$

$$S = n \cdot y = n(12 - n) = 12n - n^2$$

رابطه S بر حسب n

$$S = 12n - n^2$$

$$n = \frac{-b}{2a} = \frac{-12}{2(-1)} = \frac{12}{2}$$

n	$\frac{11}{2}$	$\frac{12}{2}$	$\frac{13}{2}$
S	$\frac{49}{4}$	18	$\frac{49}{4}$

Subject:
Year:

Month:

Day: ()

1. $mx + ny = k$ در تابع m و n حاصل ضرب xy مقدار شود $max(x, y)$ مقدار شود xy از رابطه $xy = k$

$$x = \frac{k}{m}$$

$$y = \frac{k}{n}$$

2. $xy = k$

3. مثال؟

4. در تابع $2x + 4y = 20$ مقدار xy را بدست آورده $max(x, y)$ مقدار شود.

$$x = \frac{20}{2} = 10$$

$$y = \frac{20}{4} = 5$$

تغییر

تغییرها در نوع می باشد یعنی و یعنی

این تغییرهای در قابل شمارش و اندازه گیری هستند (مثلا: قدم زن)

این تغییرهای در قابل شمارش نیستند (مثلا: فصل های سال، نوع لامپ های موجود در شهر)

فانم ای (نسبت) فقط اعداد صحیح را می توانند را نسبت بیاورد مثلا: مقدار تصافیت و مقدار ذرات در یک لیتر

نسبتی (پوشش) هر عددی را می توانند را نسبت بیاورد مانند (مقدار وزن افراد)

ترتیبی ترتیب خاصی بین داده ها وجود دارد مانند مراحل تحصیل یا ماه های سال

هیچ ترتیب خاصی بین داده ها وجود ندارد مثلا: گروه خون و نوع لامپ های موجود در کشور

میانگین 8 میانگین در یک طبقه است به جا می آید در اختیار ما قرار می دهد.

برای میانگین تناوب داده ها را به هم جمع کرده و سپس بر تعداد تقسیم می نمایم

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n} = \frac{\text{مجموع}}{\text{تعداد}}$$

مثال

میانگین ران های ۱، ۲، ۳ و ۴ کیلومتر چقدر است؟

$$\frac{1 + 2 + 3 + 4 + 4}{5} = \frac{14}{5} = 2.8$$

میانگین اعداد ۵، ۶، ۷ و ۸ چقدر است؟

$$\frac{5 + 6 + 7 + 8 + 9}{5} = \frac{35}{5} = 7$$

اگر میانگین داده های ۱، ۲، ۳ و ۴ برابر ۳ باشد مقدار ۵ چقدر است؟

$$\frac{1 + 2 + 3}{3} = \frac{6}{3} = 2$$

$$2 + 3 = 5$$

زور افتاده

اول عددی که باقیمانده فاصله‌ی زیادی دارد عدد اولی یا در ابتدای اعدادی باشد یا در انتهای آن‌ها

۳، ۴، ۹، ۱۰، ۱۳، ۹۸

۱۲۹، ۱۳، ۱۳۲

اول‌ها

اگر داده‌های خود را از کوچکترین مرتبه لیست اول عددی در وسط قرار می‌دهی میانه‌ها کار می‌کند

۲، ۴، ۸، ۹، ۱۱، ۱۳

۲، ۴، ۸، ۱۱، ۱۳، ۱۴، ۱۵

در تعداد اعداد فرد باشد

$$\frac{8+9}{2} = 8,5$$

میانه می‌تواند عضو داده‌ها نباشد

مثال: میانگین داده‌های ۱، ۱۰، ۱۴، ۸۶، ۲، ۹۸، ۹۹ چیست؟

۱، ۲، ۱۰، ۱۴، ۴۸، ۸۶، ۹۹

میانه داده‌های ۱، ۱۰، ۱۴، ۸۶، ۲، ۹۸، ۹۹ چیست؟

۱، ۲، ۱۰، ۱۴، ۴۸، ۸۶، ۹۹

$$\frac{11+14}{2} = \frac{25}{2} = 12,5$$

یادآوری 8

واریانس و انحراف معیار 8

اگر n عدد به صورت $911, 912, \dots, 918$ باشد باقیمانده واریانس آن برابر است با $(5)^2$

$$\sigma^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n}$$

واریانس $\sigma^2 = \sqrt{\text{انحراف معیار}}$
 نسبتاً

درستی به روشی می‌تواند واریانس یا انحراف معیار را با استفاده از میانگین و سپس با استفاده از روابط

مغول واریانس و انحراف معیار را می‌یابیم.

مثال 5

انحراف معیار داده‌های زیر بدست آورید.

$$45 + 28 + 72 + 5 + 4 + 44 + 49 + 41 + 47 + 18$$

185, 47, 42, 49, 44, 90, 5, 72, 28, 45 (الف)

$$\frac{47}{1} + 47 + \frac{(45-47)^2}{2} + \frac{(42-47)^2}{2} + \frac{(49-47)^2}{2} + \frac{(44-47)^2}{2} + \frac{(90-47)^2}{2} + \frac{(5-47)^2}{2} + \frac{(72-47)^2}{2} + \frac{(28-47)^2}{2} + \frac{(45-47)^2}{2}$$

$$\frac{47}{1} + 47 + \frac{4}{1} + \frac{25}{1} + \frac{4}{1} + \frac{9}{1} + \frac{1600}{1} + \frac{1600}{1} + \frac{25}{1} + \frac{361}{1} + \frac{4}{1} = 1812$$

$$\frac{1812}{10} = 181.2 \Rightarrow \sigma = \sqrt{181.2}$$

اعراف بغير راء بعد الفاء

٢, ٣, ٣, ٩, ٧, N =

٤ $\frac{2, 3, 3, 9, 7}{5} = \frac{2d}{5} = d$

٥ $\frac{(2-d)^2 + (3-d)^2 + (3-d)^2 + (9-d)^2 + (7-d)^2}{5} = \frac{32}{5} = 4, 1$

٦ اعراف $\Rightarrow 6 = \sqrt{4, 1}$

٩ ٢, ٩, ٢, ٢, ٥, ٥, ٣, ٣, ٥, ٥, ٣, ٣, ٥, ٥

١٠ $\frac{2+9+2+2+5+5+3+3+5+5}{10} = \frac{42}{10} = 4, 2$

١١ $\frac{(2-4,2)^2 + (9-4,2)^2 + (2-4,2)^2 + (2-4,2)^2 + (5-4,2)^2 + (5-4,2)^2 + (3-4,2)^2 + (3-4,2)^2 + (5-4,2)^2 + (5-4,2)^2}{10} = \frac{54}{10} = 5, 4$

١٢ اعراف $\Rightarrow 6 = \sqrt{5, 4}$

تلمه معترضه کا

نام دیگر اعتراف بهیار اعتراف از میانین باسد یعنی داده های با جقدر با میانین تا خطه دارند

با بیان هر چه اعتراف عینا بیشتر باسد یعنی پراکندهی داده ها (نیمت به میانین) بیشتر می باسد

99,9 درصد داده ها در بازه ی (36 + 91 - 36)

99 درصد داده ها در بازه ی (26 + 91 - 26)

98 درصد داده در بازه ی (8 + 91 - 8)

توجه! اگر بخواهیم بنحیسم اندازه گیری داریم پراکندهی بیشتری است اعتراف بهیار هر دسته را دوست آورده

و آن دسته ای که اعتراف بهیارش بیشتر باشد داده های آن پراکنده تر می باسد

مثال *

دو دسته داده ی زیر صفت فالایی را در هوا باران به صورت جداگانه بر حسب هزار زیل نشان می دهند:

الف) در 10 دسته پراکندهی بیشتر است

هزار زیل	8	13	9	12	10	11	12	9	10	11	10
هزار زیل	10	13	8	6	9	11	10	10	11	9	10

1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
21
22
23
24

از
انواع عیارها را نام ببرید. آن دسته دارای پروانه ای بیشتری می باشد.

ب) دانه تخمیرات همیشه از داده ها بیشتر است.

روش ترش - بزکام - دانه تخمیرات

دانه تخمیرات الف) $12 - 15$

ب) $12 - 15$

ج) توجیح می دهیم از آنکه بازار خرید و فروش آن بازاری است که دارای انواع عیار تقریبی است.

Subject:

Month:

Day: ()

Year:

نقراات دريس ريضي دانش آموزي در طول سال برابر انقب با ۱۷ و ۱۶ و ۱۸ و ۱۷ و ۱۸ و ۱۹

الف) با توجه به ميانگين را براي نقراات اين دانش آموز حساب كنيد.

۱۹، ۱۹، ۱۸، ۱۸، ۱۷، ۱۷ و ميانگين

$$\text{میانگین} = \frac{۱۷+۱۷+۱۸+۱۸+۱۹+۱۹}{۶} = \frac{۹۸}{۶} = ۱۶,۳۳$$

ب) اگر آيد از مشخص هاي قوت باي طور وضع اين دانش آموز در درس ريضي با بعد مانشين

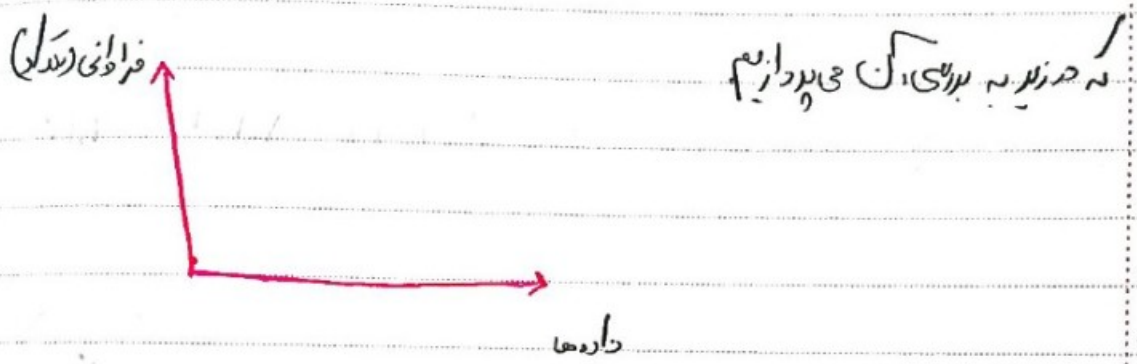
ج) اگر معلم در درس ريضي اين دانش آموز براي حيران نمره ۷ اسان امتحان مجدد را به او بدهد براي ايشان مانشين وي

در اين دروس بيشتر از ۱۸ است و در اين امتحان چه نمره اي بايد نسبت دهد

$$\frac{۹۱+۹۱}{۲} = \frac{۱۸}{۱} \rightarrow ۹۱ > ۱۸ \rightarrow ۹۱ \text{ و } ۹۱$$

نمودار سلیه ای

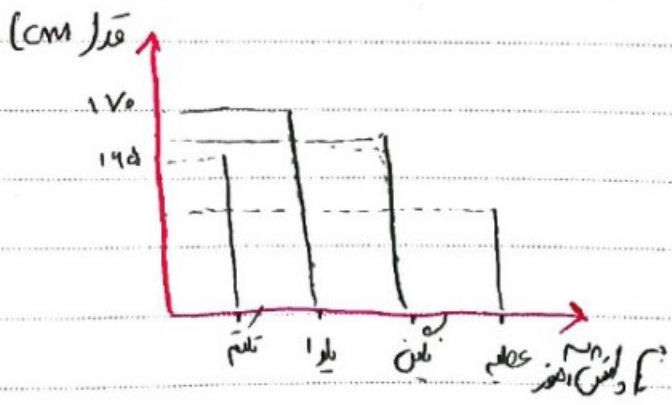
این از روش هایی که می توان کارها را تفهیم داد و یا حتی با یکدیگر مقایسه کرد نمودار سلیه ای است



که جزئی به بزرگی آن می پردازیم

مثال

نمودار سلیه ای مربوط به قد دانش آموزان کلاس خود را بنویسید

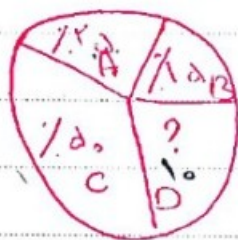
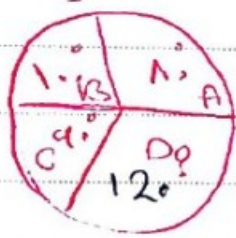


نمودار دایره ای؟

بسیار از نمودارهایی که می‌توانیم آن‌ها را با یکدیگر مقایسه کرد نمودار دایره ای می‌باشد.

نمودار دایره ای به دو صورت می‌تواند رسم شود:

یکی بر حسب درصد و دیگری بر حسب زاویه.



نحوه بدست آوردن درصد هر قسمت؟

$$A \text{ درصد} \times \frac{A \text{ تعداد}}{\text{تعداد کل}} \times ۱۰۰$$

$$\text{زاویه} \times \frac{A \text{ تعداد}}{\text{تعداد کل}} \times ۳۶۰$$



مثلاً: A: ۹، B: ۴، C: ۱۱۲، D: ۹۷

$$A: \frac{9}{14} \times ۳۶۰ = ۹۰$$

$$B: \frac{4}{14} \times ۳۶۰ = ۱۰۲,۵$$

$$C: \frac{112}{14} \times ۳۶۰ = ۲۸۸$$

$$D: \frac{97}{14} \times ۳۶۰ = ۲۵۰,۵$$

مثلاً: A: ۹، B: ۴، C: ۱۱۲، D: ۹۷

نمودار نقطه ای

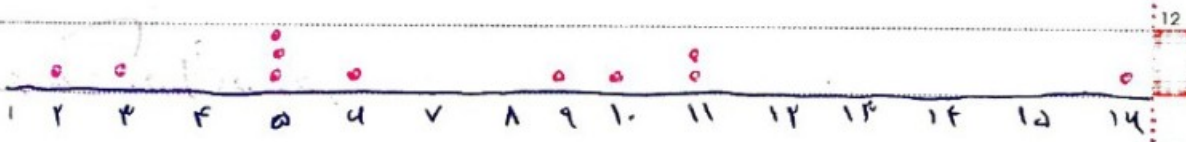
انرژی از اعداد را به صورت نقطه بالای محور علامت بزغیم (مثال دهیم) ب

نمودار حاصل نمودار نقطه ای کوید

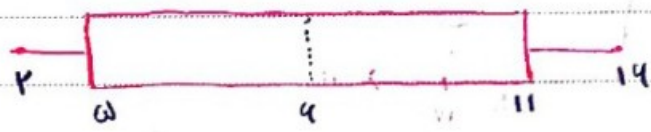
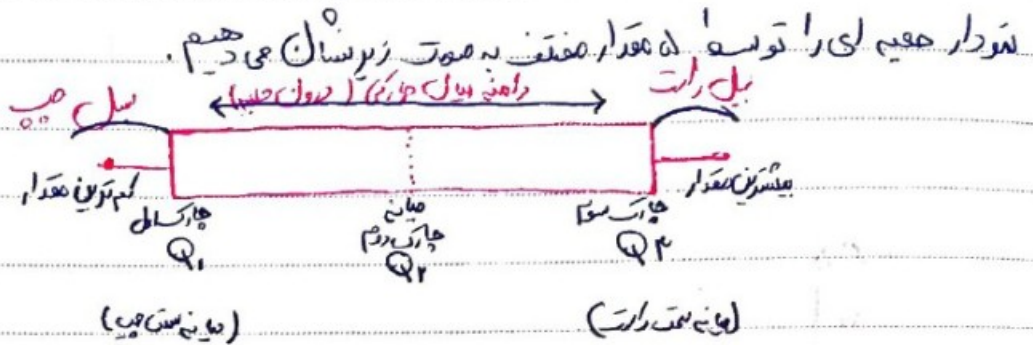
مثال

نمودار نقطه ای داده های زیر را رسم کنید

۱۹، ۱۱، ۱۱، ۹، ۵، ۵، ۵، ۵، ۳



تعداد جمع ای ۵



۱۲ و ۱۱ و ۱۰ و ۹ و ۸ و ۷ و ۶ و ۵ و ۴ و ۳ و ۲

$Q_1 = ۵$ (میان ۵)

$Q_3 = ۱۱$ (میان ۱۱)

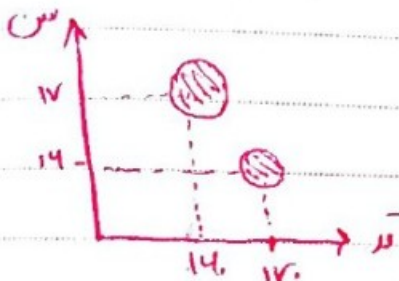
تعداد جمع ای داده های زیر را رسم نماید

- ۱۸ و ۱۳ و ۱۱ و ۱۱ و ۱۱ و ۹ و ۵ و ۴ و ۲

نمودار جهانی

نمودار جهانی نموداری است که برای تعریف همزمان تغییر عددی به ناری رود در آن مابین نقطه

از دایره های توپر استفاده می نمایند.



هر نقطه یا دایره در نمودار جهانی در واقع یک تساوی مرتب به صورت $(\sqrt{3}, \sqrt{2}, \sqrt{1})$ را مشخص می نمایند

نقطه در آن داریم

۷۱: موقعیت نقطه روی محور افقی

۷۲: موقعیت نقطه روی محور عمودی

۷۴: اندازه نقطه (مسافت دایره)

سقاغ دایره ها متناسب با جزر مقادیر متغیر سوا است

تذکره: در نمودارهای جهانی متغیر سوا نباید دارای مقدار صفری یا منفی باشد.

سوال ۵

مقدار متغیر اسماء در نمودار همبندی مناسب با کدام یک از موارد زیر است؟

الف) شعاع دایره ها ب) قطر دایره ها ج) عمق دایره ها د) مساحت دایره ها

در درستی سؤال مطلقیت چند مقدار متغیر اسماء مناسب با کدام یک از گزینه های زیر است؟

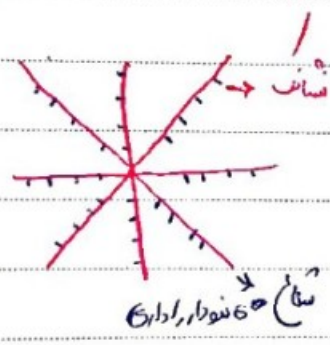
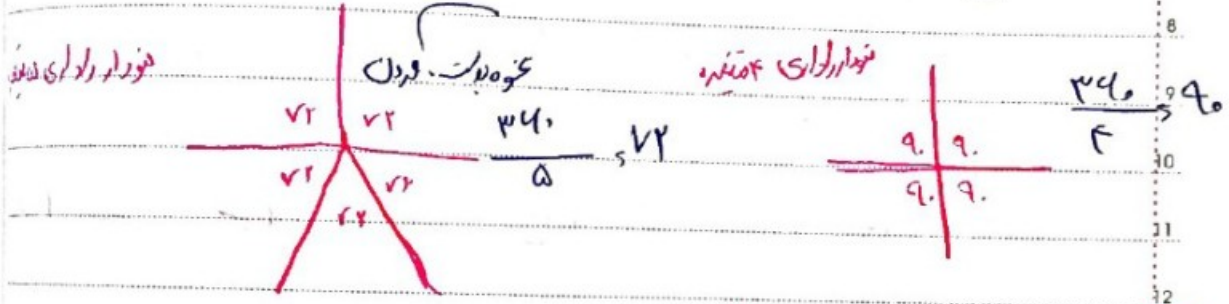
نمودارهای همبندی برای نمایش چند متغیر عددی در یک نمودار همبندی ممکن است؟

الف) یک متغیر ب) دو متغیر ج) سه متغیر د) محدودیتی ندارد



نمودار راداری؟

نمودار راداری روشی برای نمایش داده‌های چند متغیره در غالب نمودارهای دایره‌ای است. در آن به تنهایی با بیشتر بر روی محورهای نشان داده می‌شود. تعظیم نمودارها در آن خاصیتی است (معمولاً مقدار تیرک و برای این نوع نسبت به طول هر خط اطلاعات خاصی را بیان نمی‌کنند)



مثال؟

نمودار راداری مربوط به آثار دانش آموزان در آزمون خود را رسم نمایید. در آن متغیرها را بر این‌هاست با قدر و...

